

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

Δειγματικός χώρος-Ενδεχόμενα

1. Αν A, B ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω , να διαπιστώσετε σε κάθε μια περίπτωση (με τη βοήθεια διαγραμμάτων Venn), ότι τα ενδεχόμενα είναι ξένα μεταξύ τους και να βρεθεί η ένωσή τους.
i) A, A' ii) $A \cap B, A-B$ iii) $A \cap B, B-A$ iv) $A \cap B, B-A, A-B$
v) $A-B, B$ vi) $B-A, A$
2. Ελέγχουμε διαδοχικά βιβλία μέχρι να βρούμε ένα κακοτυπωμένο (K) ή δύο σωστά τυπωμένα (Σ). Ο δειγματικός χώρος Ω του πειράματος είναι
i. $\Omega = \{K, \Sigma\}$. ii. $\Omega = \{KK, K\Sigma\}$. iii. $\Omega = \{KK, \Sigma\Sigma\}$
iv. $\Omega = \{K, \Sigma K, \Sigma\Sigma\}$ v. $\{K, \Sigma\Sigma\}$.
3. Έστω $A = \{1, 3, 5\}$ και $B = \{2, 4, 6\}$ δύο ενδεχόμενα της ρίψης ενός ζαριού μια φορά. Αν το αποτέλεσμα της ρίψης είναι ο αριθμός 3 τότε πραγματοποιείται το ενδεχόμενο
i. $A \cup B$. ii. A' . iii. B . iv. $A \cap B$. v. $B' \cap A'$.
4. Ρίχνουμε πρώτα ένα νόμισμα μετά ένα ζάρι και καταγράφουμε τα αποτελέσματα. Περιγράψτε το δειγματικό χώρο του πειράματος.
5. Σ' ένα κουτί υπάρχουν 4 ομοιόμορφα μολύβια 1 κόκκινο (K), 1 πράσινο (Π), 1 μαύρο (Μ), 1 λευκό (Λ).
Να βρεθεί ο δειγματικός χώρος του πειράματος στις ακόλουθες περιπτώσεις: (μας ενδιαφέρει το χρώμα)
α) Επιλέγουμε τυχαία ένα μολύβι.
β) Επιλέγουμε τυχαία ένα μολύβι, το τοποθετούμε ξανά στο κουτί και μετά επιλέγουμε άλλο ένα (επανατοποθέτηση).
γ) Επιλέγουμε τυχαία ένα μολύβι και μετά επιλέγουμε άλλο ένα (χωρίς επανατοποθέτηση).
6. Μια δισκογραφική εταιρεία ελέγχει τα compact disks (CD) που παράγει. Ο έλεγχος σταματά όταν βρεθούν 2 ελαττωματικά CD ή όταν έχουν ελεγχθεί 4 CD. Να βρείτε:
α) Το δειγματικό χώρο Ω .
β) Τα ενδεχόμενα: i) Ακριβώς 2 ελαττωματικά CD,
ii) τουλάχιστον 2 ελαττωματικά CD,
iii) το πολύ 2 ελαττωματικά CD.
7. Ρίχνουμε ένα νόμισμα δύο φορές και καταγράφουμε τα αποτελέσματα.
α) Να βρείτε το δειγματικό χώρο του πειράματος.
β) Να γράψετε με αναγραφή των στοιχείων τους τα ενδεχόμενα:
 $A = \{\text{να παρουσιαστεί K (κεφαλή) στην πρώτη ρίψη}\}$,
 $B = \{\text{να παρουσιαστεί K στη δεύτερη ρίψη}\}$,
 $\Gamma = \{\text{να παρουσιαστεί K σε μία μόνο από τις δύο ρίψεις}\}$.
γ) Είναι τα ενδεχόμενα A, B, Γ ανά δύο ασυμβίβαστα; (Δικαιολογήστε την απάντησή σας).
8. Δύο ομάδες O_1, O_2 παίζουν μεταξύ τους σε μια σχολική ποδοσφαιρική συνάντηση (οι αγώνες δεν τελειώνουν ποτέ με ισοπαλία). Νικήτρια θεωρείται η ομάδα που θα νικήσει σε δύο αγώνες στη σειρά ή σε δύο αγώνες ανεξαρτήτως σειράς. Να βρείτε:
α) Το δειγματικό χώρο Ω των αποτελεσμάτων των αγώνων της συνάντησης.

- β) Τα ενδεχόμενα: i) Ακριβώς μία νίκη της ομάδας O_1 ,
 ii) καμία νίκη της ομάδας O_1 ,
 iii) τουλάχιστον μία νίκη της ομάδας O_1 .
 γ) Πόσους αγώνες το πολύ θα είχε μία τέτοια ποδοσφαιρική συνάντηση;

9. Ρίχνουμε ένα νόμισμα δύο φορές.

i) Να βρεθεί ο δειγματικός χώρος του πειράματος.

ii) Θεωρούμε τα ενδεχόμενα:

A: Στα αποτελέσματα των ρίψεων ήταν τουλάχιστον μία κεφαλή και

B: Στα αποτελέσματα των ρίψεων ήταν μια φορά γράμματα.

Να βρείτε τα ενδεχόμενα A , B , $A \cap B$, $A \cup B$, $A - B$.

10. Μεταξύ των οικογενειών με 3 παιδιά επιλέγουμε τυχαία μία οικογένεια και καταγράφουμε το φύλο των παιδιών με βάση τη σειρά γέννησης τους. Να βρεθούν:

i) Ο δειγματικός χώρος του πειράματος.

ii) Τα ενδεχόμενα:

A: Η οικογένεια έχει μόνο ένα παιδί διαφορετικού φύλου από το πρώτο παιδί και

B: Τα δύο μικρότερα παιδιά είναι του ίδιου φύλου.

11. Ρίχνουμε ένα ζάρι δύο φορές.

i) Να βρείτε τον δειγματικό χώρο του πειράματος.

ii) Θεωρούμε τα ενδεχόμενα

A: Το αποτέλεσμα της πρώτης ρίψης είναι μικρότερο από το αποτέλεσμα της δεύτερης ρίψης,

B: Το άθροισμα των ενδείξεων είναι μικρότερο από 4 και

Γ: Το γινόμενο των ενδείξεων είναι πολλαπλάσιο του 3.

Να βρείτε τα ενδεχόμενα: A , B , Γ , $A \cap B$, $A \cap \Gamma$, $B \cap \Gamma$, $(A \cap B) \cap \Gamma$.

12. Μια βιομηχανία ελέγχει τηλεοράσεις από την γραμμή παραγωγής με τη σειρά που εξέρχονται. Ο έλεγχος σταματάει όταν βρεθούν 2 ελαττωματικές τηλεοράσεις ή όταν έχουν ελεγχθεί 4 τηλεοράσεις. Να βρείτε τα ενδεχόμενα:

K: «να βρεθεί ακριβώς μία ελαττωματική τηλεόραση»

Λ: «να βρεθούν ακριβώς δύο ελαττωματικές τηλεοράσεις»

M: «να βρεθούν δύο τουλάχιστον μη ελαττωματικές τηλεοράσεις»

N: «να βρεθούν το πολύ δύο μη ελαττωματικές τηλεοράσεις»

13. Δύο φίλοι παίζουν σκάκι και συμφωνούν νικητής να είναι εκείνος που θα κερδίσει πρώτος 3 παιχνίδια ή 2 παιχνίδια στη σειρά. Να γραφεί ο δειγματικός χώρος του πειράματος.

14. Ένας καθηγητής διορθώνει τα γραπτά 5 μαθητών του και γνωρίζει από τον επιτηρητή του διαγωνίσματος ότι 3 μαθητές έχουν αντιγράψει. Αν ο καθηγητής διορθώσει στη τύχη 3 γραπτά και με δεδομένο ότι ο καθηγητής έχει τη δυνατότητα διορθώνοντας ένα γραπτό να καταλάβει ότι είναι προϊόν αντιγραφής, να βρείτε:

i) τον δειγματικό χώρο του πειράματος.

ii) το ενδεχόμενο ο καθηγητής να ανακαλύψει τους αντιγραφείς.

15. Ένα κουτί περιέχει 2 μπάλες, 1 άσπρη και 1 μαύρη. Επιλέγουμε από το κουτί τυχαία μία μπάλα, καταγράφουμε το χρώμα της την επανατοποθετούμε στο κουτί και στη συνέχεια επιλέγουμε άλλη μία μπάλα. Να βρείτε τον δειγματικό χώρο του πειράματος.

16. Δύο κουτιά περιέχουν μπάλες. Το πρώτο κουτί περιέχει 1 άσπρη, 1 μαύρη και 1 κόκκινη μπάλα, ενώ το δεύτερο κουτί περιέχει 1 άσπρη και 1 μαύρη μπάλα. Επιλέγουμε στη τύχη ένα κουτί και στη συνέχεια μια μπάλα μέσα από αυτό. Να βρείτε:

- i) τον δειγματικό χώρο του πειράματος.
- ii) το ενδεχόμενο να επιλεγεί άσπρη μπάλα.

17. Ρίχνουμε ένα νόμισμα 3 φορές.

i) Να βρείτε τον δειγματικό χώρο του πειράματος.

ii) Εστω τα ενδεχόμενα:

A: Τουλάχιστον μία φορά κεφαλή και B: το πολύ μία φορά γράμματα.

Να βρείτε τα ενδεχόμενα: $A, B, A \cap B, A \cup B, A - B, (A \cup B)'$.

18. Ρίχνουμε ένα νόμισμα 2 φορές.

i) Να βρείτε τον δειγματικό χώρο του πειράματος.

ii) Να βρείτε τα ενδεχόμενα:

A: Κεφαλή στη πρώτη ρίψη.

B: Κεφαλή στη δεύτερη ρίψη.

Γ: Μόνο μία κεφαλή και στις δύο ρίψεις.

Είναι τα ενδεχόμενα A, B, Γ ασυμβίβαστα;

19. Ρίχνουμε ένα νόμισμα και στη συνέχεια ένα ζάρι. Να βρείτε το δειγματικό χώρο του πειράματος.

20. Σε ένα κουτί υπάρχουν 4 όμοια μολύβια: 1 κόκκινο, 1 πράσινο, 1 μαύρο και 1 άσπρο. Να βρείτε το δειγματικό χώρο του πειράματος στις παρακάτω περιπτώσεις:

i) Επιλέγουμε τυχαία ένα μολύβι.

ii) Επιλέγουμε τυχαία ένα μολύβι, το τοποθετούμε στο κουτί και μετά επιλέγουμε άλλο ένα.

iii) Επιλέγουμε ταυτόχρονα δύο μολύβια.

21. Μεταξύ των οικογενειών με 4 παιδιά, επιλέγουμε τυχαία μία και καταγράφουμε το φύλο των παιδιών με βάση τη σειρά γέννησης τους. Να βρείτε:

i) τον δειγματικό χώρο του πειράματος.

ii) τα ενδεχόμενα:

A: Η οικογένεια έχει μόνο ένα παιδί διαφορετικού φύλου από το δεύτερο παιδί και

B: Τα δύο μεγαλύτερα παιδιά είναι του ίδιου φύλου.

22. Δύο ομάδες A και B παίζουν μεταξύ τους μπάσκετ και συμφωνούν νικήτρια να είναι η ομάδα που θα νικήσει σε 2 αγώνες (οι αγώνες δεν τελειώνουν με ισοπαλία).

i) Να βρείτε το δειγματικό χώρο του πειράματος.

ii) Να βρείτε τα ενδεχόμενα:

A: η ομάδα A έκανε μόνο 1 νίκη.

B: η ομάδα A δεν έκανε καμία νίκη.

Γ: η ομάδα A έκανε τουλάχιστον 1 νίκη.

Πόσους το πολύ αγώνες θα παίξουν μεταξύ τους;

23. Ένα κουτί περιέχει 6 μπάλες αριθμημένες από το 1 έως το 6. Τραβάμε από το κουτί μία-μία τις μπάλες, έως ότου επιλεγεί η μπάλα με τον αριθμό 6. Να βρείτε τον δειγματικό χώρο του πειράματος.

24. Δύο φίλοι παίζουν τάβλι και συμφωνούν νικητής θα είναι όποιος κερδίσει 4 παρτίδες ή 2 συνεχόμενες παρτίδες. Να βρείτε το δειγματικό χώρο του πειράματος.

25. Ένα εργοστάσιο παράγει ποτήρια και τα συσκευάζει σε κουτιά των 20 τεμαχίων. Πριν την έξοδο των κιβωτίων από το εργοστάσιο γίνεται έλεγχος ποιότητας του εμπορεύματος. Από

κάθε κουτί ελέγχονται στη τύχη 4 ποτήρια και όταν βρεθούν 2 ελαττωματικά το κιβώτιο επιστρέφεται. Να βρείτε:

i) το δειγματικό χώρο του πειράματος.

ii) τα ενδεχόμενα:

A: Ακριβώς 1 ελαττωματικό. B: Τουλάχιστον 1 ελαττωματικό.

Γ: Το πολύ 1 ελαττωματικό.

26. Ένα εργοστάσιο παράγει πιάτα και τα συσκευάζει σε κουτιά των 100 τεμαχίων. Το τμήμα ελέγχου ποιότητας του εργοστασίου, επιλέγει από το κουτί 4 πιάτα ένα-ένα και αν υπάρχουν 3 ελαττωματικά ή έχουν επιλεγεί συνεχόμενα 2 ελαττωματικά, επιστρέφει το κουτί στη μονάδα παραγωγής. Να βρείτε:

i) το δειγματικό χώρο του πειράματος.

ii) το ενδεχόμενο το κουτί να επιστραφεί στη μονάδα παραγωγής.

27. Μια εταιρεία κατασκευής τηλεφώνων ελέγχει τα τηλέφωνα που παράγει και τα ταξινομεί σε κανονικά (K), σε εκείνα που έχουν ελάττωμα λειτουργίας (X) και σε εκείνα που έχουν ελάττωμα εμφάνισης (E). Ο έλεγχος σταματάει μόλις βρεθούν 2 τηλέφωνα τύπου E ή 1 τηλέφωνο τύπου X ή όταν έχουν ελεγχθεί συνολικά 4 τηλέφωνα. Να βρείτε το δειγματικό χώρο του πειράματος.

28. Ένα κινητό ξεκινά από τη θέση A και κινούμενο είτε προς τα πάνω είτε προς τα δεξιά φθάνει στη θέση I.

α) Να γράψετε τον δειγματικό χώρο του πειράματος.

β) Να βρείτε τα ενδεχόμενα:

A: «το κινητό διέρχεται από τη θέση E»

B: «το κινητό δεν περνά καθόλου από τις γωνιακές θέσεις H και Γ»

Τι σχέση έχουν τα A και B ;

